

2018

Διαγώνισμα 1ο: Τύπου Β'

(ασκήσεις από το σχολικό βιβλίο)

Επαναληπτικό

Διάρκεια διαγωνίσματος: 2 ώρες

Ημερομηνία Εξέτασης: ..... 20..



Στοιχεία μαθητή:

.....

Βαθμός (100) .....

Βαθμός (20) .....



**ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ  
ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**

..... 2018

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ  
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)**

**ΘΕΜΑ 1**

**A.** Να διατυπώσετε και να αποδείξετε το Θεώρημα των Ενδιαμέσων Τιμών για μια συνάρτηση  $f$  που ορίζεται στο διάστημα  $[α,β]$ .

**Μονάδες 9**

**B.** Τι ονομάζουμε πραγματική συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού  $A$  ;

**Μονάδες 4**

**Γ.** Να σχεδιάσετε σε διαφορετικούς άξονες συντεταγμένων τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $y = ax^3, y = \frac{α}{x}, y = \sqrt{x}, y = \sqrt{|x|}$  για  $α \in \mathbb{R}^*$ .

**Μονάδες 5**

**Δ.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Αν  $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = 0$  τότε  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$ .

β. Αν  $f(x) \leq g(x)$  κοντά στο  $x_0$  τότε  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \leq \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ .

γ.  $(\ln|x|)' = -\frac{1}{x}, \quad x < 0$

**Μονάδες 6****ΘΕΜΑ 2 (μονάδες: 8 + 4 + 6 + 7)**

Δίνεται η συνάρτηση  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  τέτοια ώστε

$$xf(x) = 1 - \sin x + \lambda^{2018}, \quad \lambda \in \mathbb{R} \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}$$

και συνεχής στο  $x_0 = 0$ .

α) Να δείξετε ότι η γραφική παράσταση διέρχεται από την αρχή των αξόνων και στη συνέχεια να γράψετε τον τύπο της.

β) Να γράψετε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στο  $x_0 = 0$ .

γ) Να βρείτε τις ασύμπτωτες της  $C_f$ .

δ) Να βρείτε το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $g(x) = xf(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$  και τις ευθείες  $x = 0$ ,  $y = 0$  και  $x = \pi$ .

### ΘΕΜΑ 3 (μονάδες 6 + 5 + 5 + 9)

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \begin{cases} \eta\mu x & , x \geq 0 \\ \alpha x + \beta & , x < 0 \end{cases}$ ,  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  η οποία ικανοποιείται το Θεώρημα Μέσης

Τιμής στο διάστημα  $[-\delta, \delta]$  για οποιοδήποτε θετικό αριθμό  $\delta$ .

α) Να αποδείξετε ότι:  $\alpha = 1$  και  $\beta = 0$

β) Να εξετάσετε αν ικανοποιείται το Θεώρημα Rolle στο διάστημα  $\left[-1, \frac{3\pi}{2}\right]$ .

γ) Να υπολογίσετε το  $\xi \in \left(-1, \frac{3\pi}{2}\right)$  στο οποίο η εφαπτομένη της  $C_f$  είναι παράλληλη στον άξονα  $x'x$ .

δ) Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα  $\int_{-1}^{3\pi/2} |f(x)| dx$ .

### ΘΕΜΑ 4 (μονάδες: 6 + 6 + 5 + 4 + 4)

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \ln x + x - 1$ ,  $x > 0$

α) Να μελετήσετε την  $f$  ως προς τη μονοτονία, τα ακρότατα και ασύμπτωτες.

β) Να λύσετε την εξίσωση  $f(x) = 0$  και να βρείτε το πρόσημο της  $f$ .

γ) Να μελετήσετε ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα της συνάρτησης

$$\varphi(x) = 2x \ln x + x^2 - 4x + 3$$

δ) Να αποδείξετε ότι οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων

$$g(x) = x \ln x \quad \text{και} \quad h(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - \frac{3}{2}$$

έχουν ένα μόνο κοινό σημείο στο οποίο έχουν και κοινή εφαπτομένη.

ε) Να βρείτε τη σχετική θέση των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων  $g$  και  $h$  του (δ) ερωτήματος.

### ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, κατεύθυνση, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα να μην τα αντιγράψετε στο τετράδιο. Τα σχήματα που θα χρησιμοποιήσετε στο τετράδιο, μπορούν να γίνουν και με μολύβι.

2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων μόλις σας παραδοθούν. Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε.  
Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα, τα οποία και θα καταστραφούν μετά το πέρας της εξέτασης.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε λύση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Δύο (2) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**