ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΘΕΩΡΙΑΣ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ ' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2017-2018
Επιμέλεια: Πλιάτσιος Τριαντάφυλλος

ΘΕΜΑ Α: ΑΠΟΔΕΙΞΕΙΣ

Α1 .Να αποδείξετε ότι αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σ' ένα σημείο x_0, τότε είναι και συνεχής στο σημείο αυτό .

Α2. Έστω μια συνάρτηση f, η οποία είναι ορισμένη σε ένα διάστημα Δ και x_0 ένα εσωτερικό σημείο του Δ . Αν η f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο x_0 και είναι παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό, να αποδείξετε ότι $f'(x_0)=0$.

Α3. Έστω f μια συνάρτηση ορισμένη σε ένα διάστημα Δ. Αν F είναι μια παράγουσα της f στο Δ, να αποδείξετε ότι :

- Όλες οι συναρτήσεις της μορφής $G(x)=F(x)+c$, $c\in\mathbb{R}$,είναι παράγουσες της f στο Δ .
- Κάθε άλλη παράγουσα G της f στο Δ παίρνει τη μορφή $G(x)=F(x)+c$, $c\in\mathbb{R}$.

ΘΕΜΑ Β: ΟΡΙΣΜΟΙ-ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΕΣ ΕΡΜΗΝΕΙΕΣ

Β1. Πότε δύο συναρτήσεις f, g λέγονται ίσες ;

Β2. Να διατυπώσετε το θεώρημα μέγιστης – ελάχιστης τιμής.

Β3. Τι λέμε ρυθμό μεταβολής του μεγέθους y ως προς το μέγεθος x για $x=x_0$, αν $y=f(x)$ είναι παραγωγίσιμη συνάρτηση ;

Β4 .Έστω συνάρτηση f ορισμένη σε ένα διάστημα Δ. Ποια σημεία λέγονται κρίσιμα σημεία της f;

Β5. Πότε λέμε ότι η ευθεία $x=x_0$ είναι κατακόρυφη ασύμπτωτη της C_f ;

ΘΕΜΑ Γ: ΣΩΣΤΟ-ΛΑΘΟΣ

Γ1. Αν f, g είναι δύο συναρτήσεις με πεδίο ορισμού R και ορίζονται οι συνθέσεις f o g και g o f, τότε αυτές οι συνθέσεις είναι υποχρεωτικά ίσες.

Γ2 . Αν $\lim\limits_{x\to x_o} f(x)=+\infty$ ή $-\infty$ τότε $\lim\limits_{x\to x_o}\dfrac{1}{f(x)}=0$.

Γ3 . Αν μια συνάρτηση f παρουσιάζει (ολικό) μέγιστο, τότε αυτό θα είναι το μεγαλύτερο από τα τοπικά της μέγιστα.

Γ4. Αν είναι $0<\alpha<1$, τότε $\lim\limits_{x\to-\infty}\alpha^x=0$.

Γ5. Ισχύει ότι: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sigma\upsilon\nu x-1}{x}=1$.

Γ6. Έστω f μια συνεχής συνάρτηση σε ένα διάστημα [α, β]. Αν G είναι μια παράγουσα της f στο [α, β], τότε $\int_\alpha^\beta f(t)dt=G(\alpha)-G(\beta)$.

Γ7. Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο κλειστό διάστημα [α,β] και ισχύει $f(x) \geq 0$ για κάθε $x \in [\alpha, \beta]$, τότε $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx \geq 0$.

Γ8. Αν $f(x) = \alpha^x$, $\alpha > 0$, τότε ισχύει $(\alpha^x)' = x\alpha^{x-1}$.

Γ9. Το ολοκλήρωμα $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx$ είναι ίσο με το άθροισμα των εμβαδών των χωρίων που βρίσκονται πάνω από τον άξονα x΄x μείον το άθροισμα των εμβαδών των χωρίων που βρίσκονται κάτω από τον άξονα x΄x.

Γ10. Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και $\alpha.\beta.\gamma \in \Delta$, τότε ισχύει

$$\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx = \int_{\alpha}^{\gamma} f(x)dx + \int_{\gamma}^{\beta} f(x)dx$$

ΘΕΜΑ Δ : Σ-Λ ΜΕ ΑΙΤΙΟΛΟΓΗΣΗ

Δ1. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό.

<< Κάθε συνάρτηση f η οποία είναι 1-1 σ' ένα διάστημα Δ τότε είναι και γνησίως μονότονη στο διάστημα αυτό. >>

α) Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιο σας το γράμμα Α αν είναι Αληθής, ή το γράμμα Ψ ,αν είναι Ψευδής

β) Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας στο ερώτημα (α) .

Δ2. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό.

<< Αν $f(x) \cdot g(x) = 0$ για κάθε $x \in A$ τότε $f(x) = 0$ για κάθε $x \in A$ ή $g(x) = 0$ για κάθε $x \in A$ >>.

α) Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιο σας το γράμμα Α αν είναι Αληθής, ή το γράμμα Ψ ,αν είναι Ψευδής

β) Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας στο ερώτημα (α) .

Δ3. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό.

<< Έστω συνάρτηση f συνεχής σε ένα διάστημα Δ και παραγωγίσιμη σε κάθε εσωτερικό σημείο του Δ. Αν η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ, τότε η παράγωγός της είναι υποχρεωτικά θετική στο εσωτερικό του Δ. >>

α) Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιο σας το γράμμα Α αν είναι Αληθής, ή το γράμμα Ψ ,αν είναι Ψευδής

β) Να αιτιολογήσετε την απάντηση σας στο ερώτημα (α) .