

2018

Διαγώνισμα 3ο: Α' τύπου

Μόνο θέματα θεωρίας

Επαναληπτικό

Διάρκεια διαγωνίσματος: 1 ώρα

Ημερομηνία Εξέτασης: 201..



Στοιχεία μαθητή:

.....

Βαθμός (100)

Βαθμός (20)

Επιμέλεια: Μάκης Χατζόπουλος για το
<http://lisari.blogspot.gr>



ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ
ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

..... 2018

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ Α

A1. Έστω μια συνάρτηση f ορισμένη σε ένα διάστημα Δ και x_0 ένα εσωτερικό σημείο του Δ . Αν η f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο x_0 και είναι παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό, να αποδείξετε ότι $f'(x_0) = 0$.

Μονάδες 9

A2. Έστω $f : A \rightarrow \mathbb{R}$. Να δώσετε τον ορισμό της πραγματικής συνάρτησης f .

Μονάδες 4

A3. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό: «Κάθε $1 - 1$ συνάρτηση f ορισμένη στο σύνολο A είναι και γνησίως μονότονη στο διάστημα αυτό».

α) Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιό σας το γράμμα A , αν είναι αληθής, ή το γράμμα Ψ , αν είναι ψευδής.

β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα (α).

Μονάδες $2 + 4 = 6$

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Η γραφική παράσταση της $|f|$, αποτελείται από τα τμήματα της C_f που βρίσκονται μόνο πάνω από τον άξονα $x'x$.

β. Η τιμή της f στο $x_0 \in A$ είναι η τεταγμένη του σημείου τομής της ευθείας $x = x_0$ και της C_f .

γ. Το πεδίο ορισμού της $\frac{f}{g}$ είναι η τομή $A \cap B$ των πεδίων ορισμού A και B των συναρτήσεων f και g .

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Β

B1. Έστω f μια συνάρτηση ορισμένη σε ένα διάστημα Δ . Αν F είναι μια παράγουσα της f στο Δ , τότε να δείξετε ότι όλες οι συναρτήσεις της μορφής $G(x) = F(x) + c$, $c \in \mathbb{R}$, είναι παράγουσες της f στο Δ .

Μονάδες 9

B2. Έστω συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$. Να δώσετε τον ορισμό της γραφικής παράστασης f .

Μονάδες 4

B3. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό: «Έστω συνάρτηση f ορισμένη στο σύνολο

$A = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$. Αν η f είναι συνεχής στο A και $f'(x) = 0$ για κάθε εσωτερικό σημείο x του A , τότε η f είναι σταθερή σε όλο το A ».

- α) Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιό σας το γράμμα A , αν είναι αληθής, ή το γράμμα Ψ , αν είναι ψευδής.
β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα α).

Μονάδες 2 + 4 = 6

B4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. $(a^x)' = a^x$, $a > 0$

β. Αν μια συνάρτηση f παρουσιάζει μέγιστο, τότε αυτό θα είναι πάντα μεγαλύτερο ή ίσο από τα τοπικά μέγιστα.

γ. Για να υπολογίσουμε το $\lim_{x \rightarrow x_0} f(g(x))$, της σύνθετης συνάρτησης $f \circ g$ στο σημείο x_0 , εργαζόμαστε ως εξής:

1. Θέτουμε $u = g(x)$.
2. Υπολογίζουμε (αν υπάρχει) το $u_0 = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ και
3. Υπολογίζουμε (αν υπάρχει) το $l = \lim_{u \rightarrow u_0} f(u)$.

Αν $g(x) \neq u_0$ κοντά στο x_0 , τότε το ζητούμενο όριο είναι ίσο με l , δηλαδή ισχύει:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(g(x)) = \lim_{u \rightarrow u_0} f(u).$$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες στο x_0 , τότε να αποδείξετε ότι η συνάρτηση $f + g$ είναι παραγωγίσιμη στο x_0 και ισχύει $(f + g)'(x_0) = f'(x_0) + g'(x_0)$.

Μονάδες 9

Γ2. Έστω συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$. Να δώσετε τον ορισμό του συνόλου τιμών της f .

Μονάδες 4

Γ3. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό: «Δίνεται η παραγωγίσιμη συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ που είναι γνησίως αύξουσα στο A , τότε $f'(x) > 0$ για κάθε $x \in A$ ».

- α) Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιό σας το γράμμα A , αν είναι αληθής, ή το γράμμα Ψ , αν είναι ψευδής.

β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα α).

Μονάδες 2 + 4 = 6

Γ4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Έστω μια συνάρτηση f συνεχής σ' ένα διάστημα Δ και δυο φορές παραγωγίσιμη στο εσωτερικό του Δ . Αν η f είναι κυρτή στο Δ , τότε $f''(x) > 0$ για κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ .

β. Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο x_0 και η συνάρτηση g είναι συνεχής στο x_0 , τότε η σύνθεσή τους $g \circ f$ είναι συνεχής στο x_0 .

γ. Ο κανόνας της αλυσίδας είναι $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Αν $P(x), Q(x)$ πολυώνυμα, να αποδείξετε ότι:

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow x_0} P(x) = P(x_0) \quad \beta) \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{P(x)}{Q(x)} = \frac{P(x_0)}{Q(x_0)}, \text{ αν } Q(x_0) \neq 0$$

Μονάδες 7 + 2 = 9

Δ2. Πότε θα λέμε ότι η f είναι παραγωγίσιμη σε ένα κλειστό διάστημα $[a, \beta]$;

Μονάδες 4

Δ3. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό: «Όλα τα κρίσιμα σημεία είναι θέσεις τοπικών ακροτάτων».

α) Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιό σας το γράμμα Α, αν είναι αληθής, ή το γράμμα Ψ, αν είναι ψευδής.

β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα α).

Μονάδες 2 + 4 = 6

Δ4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Αν η f' είναι γνησίως αύξουσα στο Δ , τότε η f είναι κυρτή στο Δ .

β. Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και δεν μηδενίζεται σ' αυτό, τότε διατηρεί πάντα το πρόσημό της.

γ. Οι γραφικές παραστάσεις C και C' των συναρτήσεων $f(x)$ και $f^{-1}(x)$ είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία $y = x$ που διχοτομεί τις γωνίες xOy , xOy' .

Μονάδες 6

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, κατεύθυνση, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα να μην τα αντιγράψετε στο τετράδιο. Τα σχήματα που θα χρησιμοποιήσετε στο τετράδιο, μπορούν να γίνουν και με μολύβι.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων μόλις σας παραδοθούν. Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε.
Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα, τα οποία και θα καταστραφούν μετά το πέρας της εξέτασης.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε λύση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Δύο (2) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ