

2018

Διαγώνισμα 4ο: Α' τύπου

Μόνο θέματα θεωρίας

Επαναληπτικό

Διάρκεια διαγωνίσματος: 1 ώρα

Ημερομηνία Εξέτασης: 201..



Στοιχεία μαθητή:

.....

Βαθμός (100)

Βαθμός (20)

Επιμέλεια: Μάκης Χατζόπουλος για το
<http://lisari.blogspot.gr>



ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ
ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

..... 2018

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ Α

A1. Έστω μια συνάρτηση f , η οποία είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ . Αν $f'(x) > 0$ σε κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ , τότε να αποδείξετε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα σε όλο το Δ .

Μονάδες 9

A2. Να αναφέρεται τις πιθανές θέσεις των τοπικών ακροτάτων μιας συνάρτησης f σ' ένα διάστημα Δ .

Μονάδες 4

A3. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό: «Κάθε $1 - 1$ συνάρτηση f ορισμένη στο σύνολο A είναι και γνησίως μονότονη στο διάστημα αυτό».

α) Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιό σας το γράμμα A , αν είναι αληθής, ή το γράμμα Ψ , αν είναι ψευδής.

β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα (α).

Μονάδες 2+ 4 = 6

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Η συνάρτηση $f(x) = \beta$ δεν είναι συνάρτηση $1 - 1$.

β. Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες στο x_0 , τότε η συνάρτηση $f \cdot g$ είναι παραγωγίσιμη στο x_0 και ισχύει $(fg)'(x_0) = f'(x_0)g'(x_0)$.

γ. Αν η συνάρτηση f δεν είναι συνεχής στο x_0 , τότε η f δεν είναι παραγωγίσιμη στο x_0 .

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Β

B1. Έστω f μια συνάρτηση ορισμένη σε ένα διάστημα Δ . Αν F είναι μια παράγουσα της f στο Δ , τότε να δείξετε ότι όλες οι συναρτήσεις της μορφής $G(x) = F(x) + c$, $c \in \mathbb{R}$, είναι παράγουσες της f στο Δ .

Μονάδες 9

B2. Δίνεται συνάρτηση f παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ . Να δώσετε τον ορισμό της κυρτής συνάρτησης f στο διάστημα Δ .

Μονάδες 4

B3. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό: «Εστω συνάρτηση f ορισμένη στο σύνολο

$A = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$. Αν η f είναι συνεχής στο A και $f'(x) = 0$ για κάθε εσωτερικό σημείο x του A , τότε η f είναι σταθερή σε όλο το A ».

α) Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιό σας το γράμμα A , αν είναι αληθής, ή το γράμμα Ψ , αν είναι ψευδής.

β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα α).

Μονάδες 2 + 4 = 6

B4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $-f$ είναι συμμετρική, ως προς τον άξονα $x'x$, της γραφικής παράστασης της f .

β. Αν για την f ισχύει το Θεώρημα Rolle στο διάστημα $[\alpha, \beta]$, τότε η γραφική της παράσταση έχει σε ένα τουλάχιστον σημείο της οριζόντια εφαπτόμενη.

γ. Για κάθε συνάρτηση f ορισμένη σε ένα διάστημα Δ και x_0 ένα εσωτερικό σημείο του Δ , αν η f είναι παραγωγίσιμη στο x_0 και $f'(x_0) = 0$, τότε η f παρουσιάζει υποχρεωτικά τοπικό ακρότατο στο x_0 .

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Να διατυπώσετε και να αποδείξετε το Θεώρημα Ενδιαμέσων τιμών για τη συνάρτηση f που είναι ορισμένη στο διάστημα $[\alpha, \beta]$.

Μονάδες 9

Γ2. Να δώσετε τον ορισμό της οριζόντιας ασύμπτωτης στο $+\infty$ για τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f .

Μονάδες 4

Γ3. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό: «Δίνεται η παραγωγίσιμη συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ που είναι γνησίως αύξουσα στο A , τότε $f'(x) > 0$ για κάθε $x \in A$ ».

α) Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιό σας το γράμμα A , αν είναι αληθής, ή το γράμμα Ψ , αν είναι ψευδής.

β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα α).

Μονάδες 2 + 4 = 6

Γ4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^v} = 0, v \in \mathbb{N}^*$

β. Κάθε συνάρτηση f έχει το πολύ 2 κατακόρυφες ασύμπτωτες.

γ. Αν το $A(x_0, f(x_0))$ είναι σημείο καμπής της γραφικής παράστασης της f και η f είναι δύο φορές παραγωγίσιμη, τότε $f''(x_0) = 0$.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Έστω μια συνάρτηση f παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα (α, β) , με εξαίρεση ίσως ένα σημείο του x_0 , στο οποίο όμως η f είναι συνεχής. Αν $f'(x) > 0$ στο (α, x_0) και $f'(x) < 0$ στο (x_0, β) , τότε να αποδείξετε ότι το $f(x_0)$ είναι τοπικό μέγιστο της f .

Μονάδες 9

Δ2. Πότε θα λέμε ότι η f είναι παραγωγίσιμη σε ένα κλειστό διάστημα $[\alpha, \beta]$;

Μονάδες 4

Δ3. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό: «Κάθε γνησίως μονότονη συνάρτηση στο A δεν παρουσιάζει ολικά ακρότατα».

α) Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιό σας το γράμμα A , αν είναι αληθής, ή το γράμμα Ψ , αν είναι ψευδής.

β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα α).

Μονάδες 2 + 4 = 6

Δ4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Αν η f είναι δύο φορές παραγωγίσιμη και $f''(x_0) \neq 0$ τότε το $A(x_0, f(x_0))$ δεν είναι σημείο καμπής της γραφικής παράστασης της f .

β. Για κάθε συνεχή συνάρτηση f σε ένα διάστημα $[\alpha, \beta]$, το ολοκλήρωμα $\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx$ είναι ίσο με το άθροισμα των εμβαδών των χωρίων που βρίσκονται πάνω από τον άξονα $x'x$ μείον το άθροισμα των εμβαδών των χωρίων που βρίσκονται κάτω από τον άξονα $x'x$.

γ. Οι γραφικές παραστάσεις C και C' των συναρτήσεων $f(x)$ και $f^{-1}(x)$ είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία $y = x$ που διχοτομεί τις γωνίες xOy , xOy' .

Μονάδες 6

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, κατεύθυνση, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα να μην τα αντιγράψετε στο τετράδιο. Τα σχήματα που θα χρησιμοποιήσετε στο τετράδιο, μπορούν να γίνουν και με μολύβι.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων μόλις σας παραδοθούν. Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε.
Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα, τα οποία και θα καταστραφούν μετά το πέρας της εξέτασης.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε λύση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Δύο (2) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ