2018

Διαγώνισμα 1ο: Α' τύπου

Μόνο θέματα θεωρίας

Επαναληπτικό

Διάρκεια διαγωνίσματος: 1 ώρα

Ημερομηνία Εξέτασης: …………………… 201..

Στοιχεία μαθητή:

………………………………………………………………

Βαθμός (100) …………

Βαθμός (20) ………….

Επιμέλεια: Μάκης Χατζόπουλος για το
http://lisari.blogspot.gr

Γ΄ ΤΑΞΗ

ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ
ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
………………… …… ……………… 2018
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ Α

Α1. Έστω μια συνάρτηση f ορισμένη σε ένα διάστημα Δ και x_0 ένα εσωτερικό σημείο του Δ. Αν η f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο x_0 και είναι παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό, να αποδείξετε ότι $f'(x_0)=0$.

Μονάδες 9

Α2. Έστω f μία συνάρτηση ορισμένη σε ένα διάστημα Δ. Τι ονομάζουμε αρχική συνάρτηση ή παράγουσα της f στο Δ;

Μονάδες 4

Α3. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό: «Κάθε 1 – 1 συνάρτηση f ορισμένη στο σύνολο Α είναι και γνησίως μονότονη στο διάστημα αυτό».

α) Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιό σας το γράμμα Α, αν είναι αληθής, ή το γράμμα Ψ, αν είναι ψευδής.

β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα (α).

Μονάδες 2+ 4 = 6

Α4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Έστω συνάρτηση g συνεχής στο $[\alpha,\beta]$ με $g(x)\le 0$, τότε το εμβαδόν του χωρίου Ω που βρίσκεται ανάμεσα στη γραφική παράσταση της g, τον άξονα $x'x$ και τις ευθείες $x=\alpha$ και $x=\beta$ ισούται με $E(\Omega)=-\int_\alpha^\beta g(x)dx$.

β. Δεν υπάρχουν σημεία της γραφικής παράστασης συνάρτησης με την ίδια τετμημένη.

γ. Αν μια συνάρτηση f είναι 1-1 τότε δεν υπάρχουν σημεία της γραφικής της παράστασης με την ίδια τεταγμένη.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Β

Β1. Έστω f,g συναρτήσεις ορισμένες σε ένα διάστημα Δ. Αν οι f,g είναι συνεχείς στο Δ και $f'(x)=g'(x)$ για κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ, τότε να αποδείξετε ότι υπάρχει σταθερά c τέτοια ώστε για κάθε $x\in\Delta$ να ισχύει $f(x)=g(x)+c$.

Μονάδες 9

Β2. Να διατυπώσετε το Θεώρημα Μέγιστης και Ελάχιστης Τιμής.

Μονάδες 4

Β3. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό: «Ένα τοπικό μέγιστο δεν μπορεί να είναι μικρότερο από ένα τοπικό ελάχιστο».

α) Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιό σας το γράμμα Α, αν είναι αληθής, ή το γράμμα Ψ, αν είναι ψευδής.

β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα α).

Μονάδες 2 + 4 = 6

Β4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Αν μια συνάρτηση δεν είναι συνεχής σε ένα κλειστό διάστημα $[\alpha,\beta]$ τότε δεν παίρνει υποχρεωτικά όλες τις ενδιάμεσες τιμές.

β. Έστω η συνάρτηση f με $f(x)=\sqrt{x}$, τότε η f είναι παραγωγίσιμη στο $(0,+\infty)$ και ισχύει $f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$.

γ. Έστω μια συνάρτηση f παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα (α,β), με εξαίρεση ίσως ένα σημείο του x_0, στο οποίο όμως η f είναι συνεχής. Αν $f'(x)>0$ στο (α,x_0) και $f'(x)<0$ στο (x_0,β), τότε το $f(x_0)$ είναι τοπικό μέγιστο της f.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Έστω f μια συνεχής συνάρτηση σ' ένα διάστημα $[\alpha,\beta]$. Αν G είναι μια παράγουσα της f στο $[\alpha,\beta]$, τότε να αποδείξετε ότι $\int_\alpha^\beta f(t)dt=G(\beta)-G(\alpha)$

Μονάδες 9

Γ2. Έστω μια συνάρτηση f και ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της. Πότε λέμε ότι η f είναι συνεχής στο x_0;

Μονάδες 4

Γ3. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό: « Για κάθε συνάρτηση f ορισμένη και παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$, αν για κάποιο $x_0\in\mathbb{R}$ ισχύει $f'(x_0)=0$ τότε το x_0 είναι θέση τοπικού ακρότατου της f ».

α) Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιό σας το γράμμα Α, αν είναι αληθής, ή το γράμμα Ψ, αν είναι ψευδής.

β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα α).

Μονάδες 2 + 4 = 6

Γ4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. $\lim\limits_{x\to+\infty} x^{\nu} = +\infty$ για $\nu \in N^{*}$

β. Αν $\lim\limits_{x\to x_o} f(x) = 0$ και $f(x) > 0$ κοντά στο x_o τότε $\lim\limits_{x\to x_0} \dfrac{1}{f(x)} = +\infty$.

γ. Μια συνεχής συνάρτηση f(x) διατηρεί πρόσημο σε καθένα από τα διαστήματα στα οποία οι διαδοχικές ρίζες της f(x) χωρίζουν το πεδίο ορισμού της.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Αν $P(x), Q(x)$ πολυώνυμα, να αποδείξετε ότι:

α) $\lim\limits_{x\to x_0} P(x) = P(x_0)$ **β)** $\lim\limits_{x\to x_0} \dfrac{P(x)}{Q(x)} = \dfrac{P(x_0)}{Q(x_0)}$, αν $Q(x_0) \neq 0$

Μονάδες 7 + 2 = 9

Δ2. Ποιες είναι οι απροσδιόριστες μορφές για τα όρια αθροίσματος και γινομένου συναρτήσεων;

Μονάδες 4

Δ3. Θεωρήστε τον παρακάτω ισχυρισμό: «Αν $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx = 0$ τότε θα είναι $f(x) = 0$ για κάθε $x \in [\alpha, \beta]$».

α) Να χαρακτηρίσετε τον παραπάνω ισχυρισμό γράφοντας στο τετράδιό σας το γράμμα Α, αν είναι αληθής, ή το γράμμα Ψ, αν είναι ψευδής.

β) Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας στο ερώτημα α).

Μονάδες 2 + 4 = 6

Δ4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Έστω συνεχής συνάρτηση f σε ένα διάστημα Δ και παραγωγίσιμη σε κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ. Αν η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ, τότε $f'(x) > 0$ σε κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ.

β. Αν η f είναι παραγωγίσιμη στο x_0 τότε $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} = f'(x_0)$

γ. Οι γραφικές παραστάσεις C και C΄ των συναρτήσεων $f(x)$ και $f^{-1}(x)$ είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία $y = x$ που διχοτομεί τις γωνίες xOy , xOy'.

Μονάδες 6

<u>ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)</u>

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, κατεύθυνση, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα <u>να μην τα αντιγράψετε</u> στο τετράδιο. Τα σχήματα που θα χρησιμοποιήσετε στο τετράδιο, μπορούν να γίνουν και με μολύβι.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων μόλις σας παραδοθούν. <u>Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε</u>.
   Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα, τα οποία και θα καταστραφούν μετά το πέρας της εξέτασης.
3. Να απαντήσετε **<u>στο τετράδιό σας</u>** σε όλα τα θέματα.
4. Κάθε λύση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Δύο (2) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ